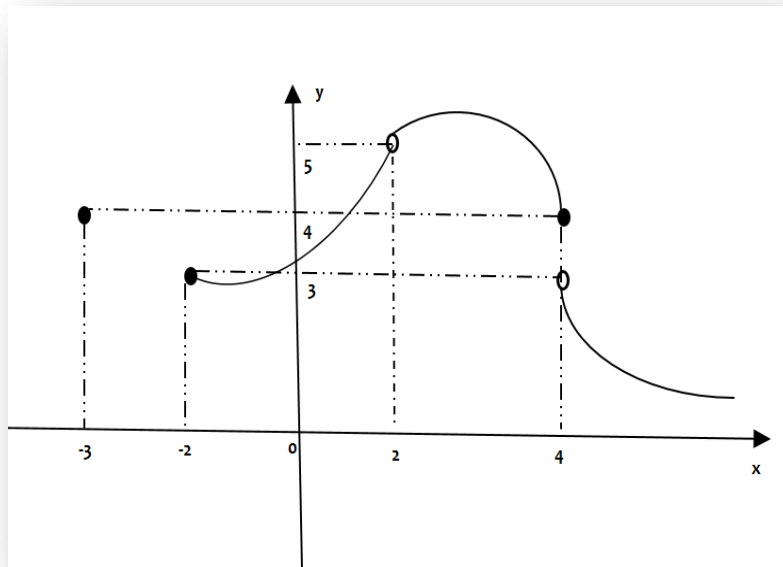


1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 11 ΜΑΡΤΙΟΥ 2017

ΘΕΜΑ Α

A1) Με βάση την γραφική παράσταση της f να βρεθούν τα παρακάτω:



- i) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
- ii) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$
- iii) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$
- iv) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$
- v) $f(-3)$
- vi) $f(-2)$
- vii) $f(4)$

(7μ)

A2) Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x+2| + |x^2-3| - 5}{|x|-1}$ (3μ)

ii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+6} + \sqrt{x^2+x+2} - 5x}{x^2-1}$ (3μ)

A3) Αν $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3} = 5$ και $\lim_{x \rightarrow 3} (g(x)(x^2-x-6)) = 3$ τότε να βρεθούν τα όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ (3μ)

ii) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6f(x) + x^2 + 6x - 27}{x^2 - 9}$ (3μ)

iii) $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x)g(x))$ (3μ)

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr

A4) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{5ax^2 - \beta x + 8}{4x^3 - 4}, x > 1 \\ \frac{3\sqrt{x^2 + 3} - 6}{\sqrt{2x^2 + 7} - 3}, x < 1 \end{cases}$

- i) Να αποδειχθεί ότι $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{9}{4}$ (4μ)
- ii) Να βρεθούν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε να υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ (4μ)

ΘΕΜΑ Β

B1) Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $x - \rho$, είναι ίσο με $v = P(\rho)$. (4μ)

B2) Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$, αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$. (6μ)

B3) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- 1) Αν σε διαίρεση πολυωνύμων ο διαιρετέος είναι 5ου βαθμού και ο διαιρέτης είναι 2ου βαθμού τότε το πηλίκο θα είναι 3ου βαθμού.
- 2) Ο βαθμός του υπολοίπου σε διαίρεση πολυωνύμων είναι πάντοτε μικρότερος από το βαθμό του πηλίκου.
- 3) Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $3x - 6$ είναι ίσο με το $P(6)$.
- 4) Αν ένα πολυώνυμο διαιρείται με το $x - \rho$, τότε θα διαιρείται και με το $(x - \rho)^2$.
- 5) Αν για το πολυώνυμο $P(x)$ ισχύει ότι $P(5) \neq 0$, τότε το $P(x)$ δεν έχει παράγοντα το $x + 5$.
- 6) Αν το $x + 2$ είναι παράγοντας του $P(x)$, τότε το $x + 2$ είναι και παράγοντας του πολυωνύμου $Q(x) = 3P(x) - 2P(-4 - x)$.
- 7) Το πολυώνυμο $x^\nu - \alpha^\nu$, $\nu \in \mathbb{N}^*$, $\alpha \neq 0$, διαιρείται πάντα με το $x - \alpha$.
- 8) Μία πολυωνυμική εξίσωση με σταθερό όρο το μηδέν, έχει τουλάχιστον μία ακέραια ρίζα.
- 9) Αν η εξίσωση $\alpha x^6 + \beta x^4 + \gamma x^2 + \delta = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει ρίζα το ρ , τότε θα έχει ρίζα και το $-\rho$.
- 10) Η ανίσωση $\sqrt{x+6} + 3 > 0$ ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(10μ)

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr

ΘΕΜΑ Γ

- Γ1)** Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^4 - 3x^3 - \alpha x^2 + 27x + \beta$. Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x+3$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-2$ είναι ίσο με -15 , τότε:
- i) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 17$ και $\beta = -9$. (4μ)
- ii) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (4μ)
- iii) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) \leq 0$. (4μ)
- iv) Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $\Pi = P(-\pi) \cdot P\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot P(2017)$. (3μ)
- v) Να λυθεί η εξίσωση $2\sigma\nu^4 x - 3\eta\mu^3 x + 13\sigma\nu^2 x + 27\eta\mu x = 24$. (4μ)
- Γ2)** Να λύσετε την ανίσωση $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 1} + \frac{4 - 2x^3}{x^2 - 4x + 3} \geq \frac{x^2}{x - 3}$. (6μ)

ΘΕΜΑ Δ

- Δ1)** Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-1$ είναι 14, ενώ το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+2$ είναι -1 , να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x^2 + x - 2$. (4μ)
- Δ2)** Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + (\alpha - 1)x + \beta + 3$ να έχει παράγοντα το $(x-2)^2$. (5μ)
- Δ3)** Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:
- i) $\sqrt{2x+12} - \sqrt{3-x} = 3$. (5μ)
- ii) $\sqrt[3]{x^2 - 4x + 4} - 2\sqrt[3]{x-2} - 3 = 0$. (5μ)
- Δ4)** Να λυθεί η ανίσωση $\sqrt{x^2 - 3x} \geq x - 3$. (6μ)